Teoria dell'Informazione
a.a. 1999/2000

Compito del 26/9/2000

Cognome: Nome:

E-mail:

Parte I

1. Si dimostri che $H(X_1, X_2, \cdots, X_n) \leq \sum_{i=1}^{n} H(X_i)$. In quale caso si ottiene l'uguaglianza? Giustificare la risposta.
2. Si dia la definizione di A_ϵ^n, l'insieme delle sequenze (ϵ, n)-tipiche.
3. Si costruisca un codice di Shannon per la seguente distribuzione di probabilità: 0.01, 0.09, 0.2, 0.3, 0.4.
4. Si enunci la diseguaglianza di Fano.
5. Si enunci il secondo di teorema di Shannon, sia nella parte diretta che in quella inversa (debole).

Parte II

1. Sia $(X, Y) \sim p(x, y) = p(x)p(y|x)$. Si dimostri che l'informazione mutua $I(X, Y)$ è una funzione concava rispetto alla distribuzione di probabilità marginale $p(x)$.
2. Determinare se il codice con le seguenti parole è univocamente decodificabile o meno: 012, 0123, 4, 310, 1024, 2402, 2401, 4013.
3. Si calcoli la capacità del canale avente la seguente matrice di transizione:

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

   e determinare una distribuzione di probabilità di ingresso in corrispondenza della quale si ottiene la capacità.