Teoria dell'Informazione
a.a. 1999/2000

Compito del 18/7/2000

Cognome: Nome:

E-mail:

Parte I

1. Sia X una variabile aleatoria con distribuzione di probabilità $(p_1, \ldots, p_n)$ e sia C un codice ottimale per X con lunghezze di parola $l_1, \ldots, l_n$. Si dimostri che se $p_j > p_k$ allora $l_j \leq l_k$.
2. Si diano due definizioni per il *tasso di entropia* di un processo stocastico e si enunci una condizione sufficiente per la loro esistenza.
3. Si fornisca un esempio di canale debolmente simmetrico, ma non simmetrico.
4. Determinare la codifica di Lempel-Ziv per la seguente sequenza: 1011010100010
5. Si enunci la proprietà di equipartizione asintotica (AEP).

Parte II

1. Si enunci e si dimostri il teorema di McMillan sui codici univocamente decodificabili.
2. Si costruisca un codice quaternario ottimale per la seguente variabile aleatoria:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} \\ 0.15 & 0.22 & 0.10 & 0.10 & 0.12 & 0.08 & 0.06 & 0.05 & 0.04 & 0.03 & 0.05 \end{pmatrix} .$$

   Calcolare inoltre la lunghezza media del codice e confrontrla con l'entropia di X.
3. Dato il canale avente la seguente matrice di transizione:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1-p & p \end{pmatrix}$$

   con $0 < p < 1$, determinare la distribuzione di probabilità di ingresso in corrispondenza della quale si ottiene la capacità di canale.