Teoria dell'Informazione
a.a. 1999/2000

Compito del 15/6/2000

Cognome: Nome:

E-mail:

Parte I

1. Si dimostri che $H(X,Y) = H(X) + H(Y|X)$
2. Si dia la definizione di processo stocastico stazionario.
3. E' possibile costruire un codice binario univocamente decodificabile con lunghezze di parola 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4? Giustifcare la risposta.
4. Qual è il limite inferiore per la lunghezza media di un codice D-ario? Qual è il limite superiore, nel caso di codici di Huffman?
5. Si enunci il secondo di teorema di Shannon, sia nella parte diretta che in quella inversa (debole).

Parte II

1. Si dimostri, utilizzando la diseguaglianza di Jensen, che $I(X;Y) \geq 0$. In quale caso $I(X;Y) = 0$? Giustificare la risposta.
2. Si costruisca un codice binario ottimale per la seguente variabile aleatoria:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ 0.49 & 0.26 & 0.12 & 0.04 & 0.04 & 0.03 & 0.02 \end{pmatrix}$$

   Calcolare l'entropia di X e confrontarla con la lunghezza media del codice costruito.
3. Si calcoli la capacità del canale avente la seguente matrice di transizione:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

   Qual è la distribuzione di probabilità di ingresso in corrispondenza della quale si ottiene la capacità?