Teoria dell'Informazione
a.a. 1999/2000

Compito del 7/7/2000

Cognome: Nome:

E-mail:

Parte I

1. Si dimostri che $I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$.
2. Si definisca il *tasso di entropia* di un processo stocastico e si enunci una condizione sufficiente per la sua esistenza.
3. Un codice binario istantaneo è costituito dalle seguenti parole: 0, 10, 110, 1110, 11111. Possiamo dire qualcosa riguardo alla sua ottimalità?
4. Si enunci il primo teorema di Shannon (o "teorema della codifica in assenza di rumore").
5. Una persona lancia una moneta bilanciata per aria e invia il risultato (testa o croce) su un canale binario "lossless". Quanta informazione viene trasmessa dal canale? Giustificare la risposta.

Parte II

1. Si dimostri che se C è un codice ottimale D-ario per una variabile aleatoria X, allora:

$$H_D(X) \leq L(C) < H_D(X) + 1$$

   dove $L(C)$ è la lunghezza media di C. In quale caso si ha $H_D(X) = L(C)$? Giustificare la risposta.

2. Determinare se il codice con le seguenti parole è univocamente decodificabile o meno: 012, 0123, 4, 310, 1024, 2402, 2401, 4013.
3. Si calcoli la capacità del canale avente la seguente matrice di transizione:

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

   e determinare una distribuzione di probabilità di ingresso in corrispondenza della quale si ottiene la capacità.