Teoria dell'Informazione
a.a. 1999/2000

Compito del 6/9/2000

Cognome: Nome:

E-mail:

Parte I

1. Si dimostri che $H(X) + H(Y) = I(X;Y) + H(X,Y)$.
2. Sia $\mathcal{C}$ un canale con n simboli di ingresso e m simboli di uscita. Si dimostri che $C \leq \min\{\log n, \log m\}$, dove C è la capacità del canale.
3. Si fornisca (senza dimostrazione) un limite superiore per la cardinalità di A_ϵ^n, l'insieme delle sequenze (ϵ, n)-tipiche.
4. Si dia la definizione di catena di Markov irriducibile.
5. Qual è il limite inferiore per la lunghezza media di un codice D-ario? Qual è il limite superiore, nel caso di codici di Huffman?

Parte II

1. Si enunci e si dimostri la diseguaglianza di Jensen.
2. Si costruisca un codice ternario ottimale per la seguente variabile aleatoria:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} \\ 0.15 & 0.22 & 0.10 & 0.10 & 0.12 & 0.08 & 0.06 & 0.05 & 0.04 & 0.03 & 0.05 \end{pmatrix} .$$

   Calcolare inoltre la lunghezza media del codice e confrontrla con l'entropia di X.

3. In un sistema di comunicazione binario, il destinatario sa con certezza che quando riceve il simbolo 0 è stato realmente trasmesso 0, e cosi' anche per il simbolo 1. Si è osservato, comunque, che ogni dieci simboli trasmessi si verifica un errore di trasmissione, e il destinatario riceve un simbolo spurio che non è interpretabile né come 0 né come 1. Si calcoli la capacità di questo canale e si determini la distribuzione di probabilità in ingresso in corrispondenza della quale si ottiene la capacità.