
Table des matières

1	Modèle spatial du second ordre	1
1.1	Rappels sur les processus stochastiques	2
1.2	Processus stationnaire	3
1.2.1	Définitions, exemples	4
1.2.2	Représentation spectrale d'une covariance	6
1.3	Processus intrinsèque et variogramme	8
1.3.1	Définition, exemples et propriétés	8
1.3.2	Variogramme d'un processus stationnaire	10
1.3.3	Exemples de covariances et de variogrammes	11
1.3.4	Anisotropies	14
1.4	Propriétés géométriques : continuité, différentiabilité	16
1.5	Modélisation spatiale par convolution	20
1.5.1	Modèle continu	20
1.5.2	Convolution discrète	22
1.6	Modèles spatio-temporels	23
1.7	Les modèles auto-régressifs spatiaux	26
1.7.1	Modèles <i>MA</i> , <i>ARMA</i> stationnaires	27
1.7.2	Auto-régression simultanée stationnaire	29
1.7.3	Auto-régression conditionnelle stationnaire	31
1.7.4	<i>AR</i> non-stationnaire sur un réseau fini <i>S</i>	35
1.7.5	Modèles auto-régressifs avec covariables : <i>SARX</i>	39
1.8	Le modèle de régression spatiale	40
1.9	Prédiction à covariance connue	43
1.9.1	Le krigeage simple	44
1.9.2	Krigeage universel	45
1.9.3	Expériences numériques	47
1.10	Exercices	49
2	Champ de Gibbs-Markov sur réseau	55
2.1	Recollement de lois conditionnelles	56
2.2	Champ de Gibbs sur <i>S</i>	57

2.2.1	Potentiel d'interaction et spécification de Gibbs	57
2.2.2	Exemples de spécification de Gibbs	59
2.3	Champ de Markov et champ de Gibbs	66
2.3.1	Définitions : cliques, champ de Markov	67
2.3.2	Le théorème de Hammersley-Clifford	67
2.4	Les auto-modèles markoviens de Besag (AMM)	69
2.4.1	Recollement de lois conditionnelles et auto-modèle	69
2.4.2	Exemples d'auto-modèles markoviens	70
2.5	Dynamique d'un champ de Markov	75
2.5.1	Chaîne de Markov de champ de Markov (CMCM)	76
2.5.2	Exemples de dynamiques	76
2.6	Exercices	78
3	Processus ponctuels spatiaux	83
3.1	Définitions et notations	84
3.1.1	Espace exponentiel	85
3.1.2	Moments d'un processus ponctuel	86
3.1.3	Exemples de processus ponctuels	88
3.2	Processus ponctuel de Poisson	92
3.3	Processus ponctuel de Cox	93
3.3.1	Processus de Cox log-gaussien	94
3.3.2	PP doublement poissonnien	95
3.4	Densité d'un processus ponctuel	95
3.4.1	Définition	96
3.4.2	Processus ponctuel de Gibbs	97
3.5	Distances au plus proche voisin d'un PP	101
3.5.1	Les mesures de Palm	101
3.5.2	Deux distances au ppv de X	102
3.5.3	Moment réduit d'ordre 2	103
3.6	Processus ponctuel de Markov	105
3.6.1	Propriété de Markov au sens de Ripley-Kelly	105
3.6.2	Propriété de Markov aux ppv	107
3.6.3	PP de Gibbs sur l'espace \mathbb{R}^d	109
3.7	Exercices	110
4	Simulation des modèles spatiaux	113
4.1	Convergence d'une chaîne de Markov	115
4.2	Deux algorithmes markoviens de simulation	120
4.2.1	Echantillonneur de Gibbs sur un espace produit	121
4.2.2	L'algorithme de Metropolis-Hastings (MH)	123
4.3	Simulation d'un champ de Markov sur un réseau	126
4.3.1	Les deux algorithmes de base	126
4.3.2	Exemples	127
4.3.3	Simulation sous contrainte	130
4.3.4	Simulation d'une dynamique de champ de Markov	131

4.4	Simulation d'un processus ponctuel	132
4.4.1	Simulation conditionnelle à un nombre fixé de points . . .	132
4.4.2	Simulation inconditionnelle	133
4.4.3	Simulation de PP de Cox	134
4.5	Performance et contrôle des méthodes MCMC	134
4.5.1	Performances d'une méthode MCMC	136
4.5.2	Deux méthodes de contrôle de la convergence	137
4.6	Simulation exacte depuis le passé	137
4.6.1	L'algorithme de Propp et Wilson	138
4.6.2	Deux aménagements de l'algorithme	140
4.7	Simulation d'un champ gaussien sur $S \subseteq \mathbb{R}^d$	142
4.7.1	Simulation d'un champ gaussien stationnaire	143
4.7.2	Simulation gaussienne conditionnelle	146
4.8	Exercices	147
5	Statistique des modèles spatiaux	153
5.1	Estimation en géostatistique	154
5.1.1	Analyse du nuage variographique	154
5.1.2	Estimation empirique d'un variogramme	155
5.1.3	Estimation paramétrique d'un modèle de variogramme .	158
5.1.4	Estimation du variogramme en présence d'une tendance	161
5.1.5	Validation d'un modèle de variogramme	163
5.2	Autocorrélation sur un réseau spatial	174
5.2.1	L'indice de Moran	175
5.2.2	Test asymptotique d'indépendance spatiale	176
5.2.3	L'indice de Geary	178
5.2.4	Test de permutation d'indépendance spatiale	178
5.3	Statistique des champs du second ordre	182
5.3.1	Estimation d'un modèle stationnaire sur \mathbb{Z}^d	182
5.3.2	Estimation d'un modèle auto-régressif	186
5.3.3	Estimation du maximum de vraisemblance	187
5.3.4	Estimation d'une régression spatiale	188
5.4	Estimation d'un champ de Markov	198
5.4.1	Le maximum de vraisemblance	198
5.4.2	Pseudo-vraisemblance conditionnelle de Besag	201
5.4.3	La méthode de codage	208
5.4.4	Précisions comparées du MV , $MPVC$ et du codage . . .	211
5.4.5	Identification du support d'un champ de Markov	212
5.5	Statistique pour un processus ponctuel spatial	217
5.5.1	Test d'homogénéité spatiale basé sur les quadrats	217
5.5.2	Estimation de l'intensité d'un PP	219
5.5.3	Estimation des caractéristiques du second ordre	221
5.5.4	Estimation d'un modèle paramétrique de PP	228
5.5.5	Pseudo-vraisemblance conditionnelle d'un PP	229

5.5.6	Approximation Monte Carlo d'une vraisemblance de Gibbs	233
5.5.7	Résidus d'un processus ponctuel	236
5.6	Modèle hiérarchique spatial et statistique bayésienne	237
5.6.1	Régression spatiale et krigeage bayésien	238
5.6.2	Modèle linéaire généralisé hiérarchique spatial	240
5.7	Exercices	248
A	Simulation de variables aléatoires	259
A.1	La méthode d'inversion	259
A.2	Simulation d'une chaîne de Markov à nombre fini d'état	261
A.3	La méthode de rejet	261
A.4	Simulation d'une loi gaussienne	262
B	Théorèmes limites pour un champ aléatoire	265
B.1	Ergodicité et lois des grands nombres	265
B.1.1	Ergodicité et théorème ergodique	265
B.1.2	Exemples de processus ergodiques	266
B.1.3	Ergodicité et LGN faible dans L^2	267
B.1.4	LFGN sous conditions L^2	268
B.2	Coefficient de mélange fort	268
B.3	TCL pour un champ mélangeant	270
B.4	TCL pour une fonctionnelle d'un champ de Markov	271
C	Estimation par minimum de contraste	273
C.1	Définitions et exemples	274
C.2	Propriétés asymptotiques	279
C.3	Identification d'un modèle par contraste pénalisé	284
C.4	Preuve de deux résultats du chapitre 5	285
C.4.1	Variance de l'estimateur du MV d'une régression gaussienne	285
C.4.2	Consistance du MV pour un champ de Markov stationnaire	286
D	Le système R	289
	Littérature	291
	Index	305